MATEMATICA (<u>Secondo anno</u>)

CONTENUTI

Modulo 1: Sistemi di equazioni di primo grado

- Sistemi di equazioni : definizione, grado e forma normale
- Metodo di sostituzione, riduzione e Cramer
- Sistemi determinati, indeterminati e impossibili
- Sistemi di tre equazioni in tre incognite: metodo di sostituzione e/o Sarrus
- Semplici problemi di geometria.

Modulo 2: I numeri reali e i radicali

- La proprietà invariantiva, la semplificazione di radicali, i radicali irriducibili
- I radicali simili
- Operazioni con i radicali (moltiplicazione, divisione, addizione, sottrazione e potenza)
- Trasporto di un fattore fuori dal segno di radice
- Espressioni irrazionali e semplici equazioni irrazionali

Modulo 3: Equazioni di secondo grado

- Le equazioni di secondo grado intere e complete
- Le equazioni pure, spurie e monomie
- Semplici problemi di secondo grado
- Scomposizione di un trinomio di secondo grado e semplificazione di frazioni

Modulo 4: Equazioni di grado superiore al secondo ed irrazionali

- Equazioni risolubili con la scomposizione in fattori e l'utilizzo della legge di annullamento del prodotto (raccoglimento totale e parziale, regola di Ruffini)
- Semplici equazioni irrazionali

Modulo 5: Sistemi di equazioni non lineari

- I sistemi di secondo grado interi con due incognite
- Semplici problemi

Modulo 6: Disequazioni

- Le disequazioni di primo e secondo grado intere, fratte e sistemi.
- Semplici disequazioni di grado superiore al secondo

Modulo 7: Nozioni fondamentali di geometria euclidea

- La circonferenza e le sue proprietà
- Rette e circonferenze (tangente, secante, esterna)

Modulo 8: Probabilità

- Definizione di evento e di probabilità
- La probabilità della somma e del prodotto di eventi
-

LIBRO DI TESTO E RISORSE ON-LINE:

Per affrontare lo studio di questi argomenti oltre al **libro di testo** utilizzato (M.Bergamini, A. Trifone, G.Barozzi : Matematica.verde vol.2 Zanichelli Editore) si possono utilizzare le seguenti risorse on- line:

- Ripasso di matematica → www.ripmat.it
- Progetto Matematika → www.matematika.it
- Chi ha paura della matematica (manuale) → www.chihapauradellamatematica.org
- my.zanichelli.it (occorre registrarsi)

ALCUNI APPUNTI

Equazioni di 2º grado e parabole, disequazioni di 2º grado

Teoria in sintesi

PARABOLA

Ogni funzione $y = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, rappresenta una parabola, con le seguenti caratteristiche:

- L'asse della parabola è parallelo all'asse delle y
- Il vertice ha ascissa $x_V = -\frac{b}{2a}$ (l'ordinata si può trovare sostituendo questo valore nella funzione)
- La parabola ha la concavità rivolta verso l'alto se $a > 0$, verso il basso se $a < 0$
- La "apertura" della parabola è tanto maggiore, quanto maggiore è $|a|$.
- Per tracciare il grafico qualitativo della parabola si determinano il vertice $V\left(-\frac{b}{2a};...\right)$ e le intersezioni con gli assi.

N.B.: Per queste ultime ricorda che devi risolvere i due sistemi

$\begin{cases} x = 0 \\ y = ax^2 + bx + c \end{cases}$ che dà $\begin{cases} x = 0 \\ y = c \end{cases}$

$\begin{cases} y = 0 \\ ax^2 + bx + c = 0 \end{cases}$ che dà $\begin{cases} y = 0 \\ x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$

DISEQUAZIONI DI 2º GRADO

$ax^2 + bx + c > 0$

$ax^2 + bx + c < 0$

N.B.: Possiamo sempre fare riferimento ai casi in cui il coefficiente *a* è positivo. Infatti se *a* è negativo, basta cambiare segno a tutti i termini e invertire il senso delle disequazioni.
(esempio: $-x^2 - 2x + 3 > 0$ è equivalente a $x^2 + 2x - 3 < 0$)

- **METODO GRAFICO (uso della parabola)**

  Per dare una interpretazione grafica delle disequazioni di secondo grado

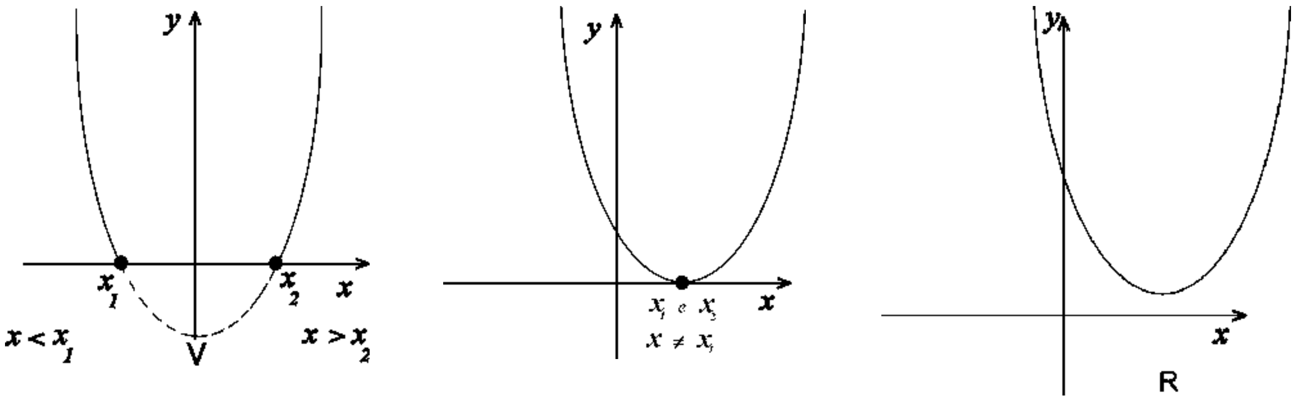
  $ax^2 + bx + c > 0$

  $ax^2 + bx + c < 0$

  a) Si risolve l'equazione di secondo grado associata alla disequazioni
  b) si disegna la parabola (vedere schema disequazioni di secondo grado) e si determinano le soluzioni delle disequazioni

I casi possibili risultano riassunti nel seguente schema:

- $ax^2 + bx + c > 0$



Per gli altri casi vedere scheda disequazioni

Esercizi

1. Risolvere le seguenti disequazioni di secondo grado utilizzando il metodo grafico (parabola…)

   a) $x^2 > 0 \quad -x^2 > 0 \quad x^2 + 1 > 0$
   $x^2 < 0 \quad -x^2 < 0 \quad -(x^2 + 1) < 0$

   b) $3x^2 - x - 2 < 0; \quad 25x^2 - 2x + 4 > 0; \quad 12x^2 - 3x + 1 > 0$
   $\left[-\frac{2}{3} < x < 1; \quad \forall x; \quad \forall x \right]$

Risoluzione di una disequazione di secondo grado

Nello stesso modo possiamo risolvere disequazioni di secondo grado.

Una disequazione di secondo grado è qualsiasi disequazione riconducibile ad una delle seguenti forme:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Es.

$3x^2 - 2x - 1 < 0$ $x^2 + 4x - 3 \leq 0$

Come già noto,
risolvere una disequazione vuol dire trovare l'insieme dei numeri che sostituiti all'incognita la trasformano in una disuguaglianza vera
(cioè soddisfano la disequazione).

Il primo membro della disequazione è un trinomio di 2° grado
il cui valore di Δ , come è noto, è dato da**:** $b^2 - 4ac$.

Si possono verificare tre casi:

1° caso ($\Delta > 0$)

2° caso ($\Delta = 0$)

3° caso ($\Delta < 0$)

1° caso ($\Delta > 0$):

Risolviamo la disequazione $3x^2 - 2x - 1 > 0$

Chiamiamo y il valore dell'espressione al primo membro della disuguaglianza

$$y = 3x^2 - 2x - 1$$

Otteniamo l'equazione di una parabola con concavità verso l'alto (a > 0).

$$\Delta = 4 + 12 = 16 > 0$$

La parabola interseca l'asse x in due punti

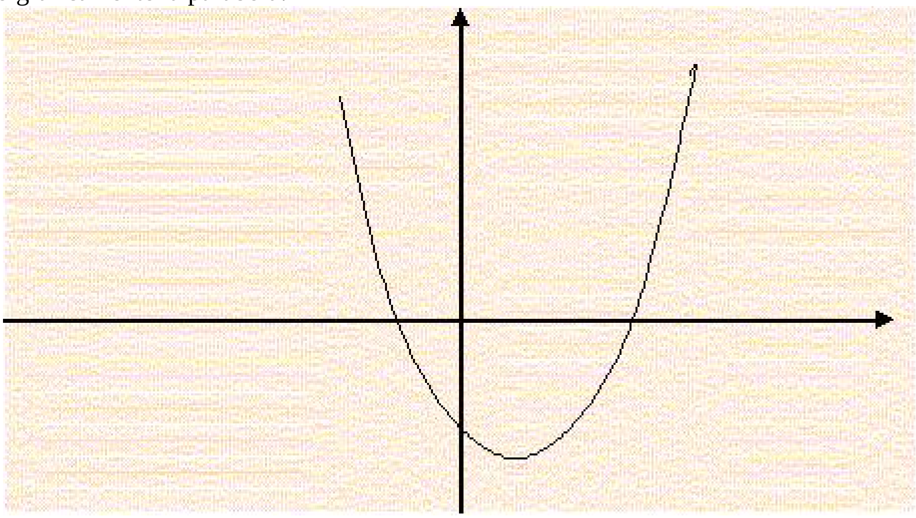
che trovo ponendo y=0 nella sua equazione:

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6}$$ da cui $x_1 = 1$ e $x_2 = -1/3$

I punti trovati sono (1,0) e (-1/3,0)

Rappresentiamo graficamente la parabola:



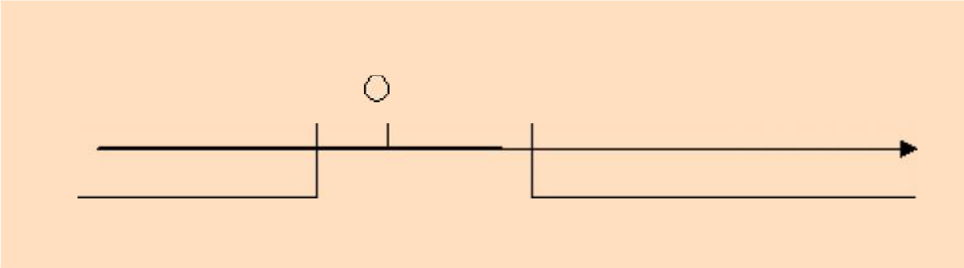
Osservando il grafico notiamo che:

la parabola "sta sopra l'asse x" per tutti i valori di x inferiori a 1/3 e superiori a 1

cioè

$$3x^2 - 2x - 1 > 0$$
(la nostra disequazione)

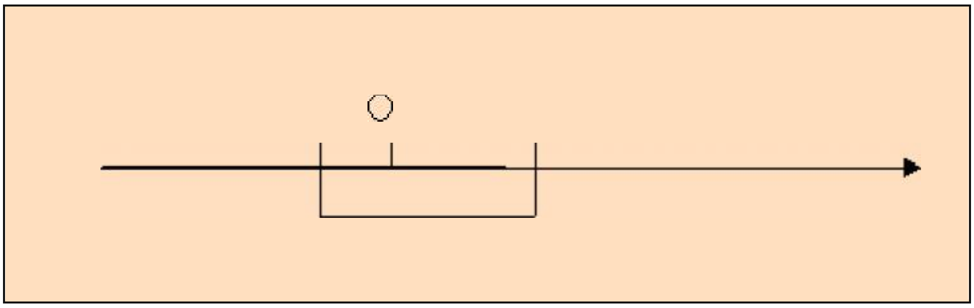
Ha soluzioni **esterne** a -1/3 e 1:



Analogamente si possono determinare le soluzioni della disequazione

$$\mathbf{3x^2 - 2x - 1 < 0}$$

sono tutti i valori **interni** a $-1/3$ e 1
Cioè:



2° caso ($\Delta = 0$):

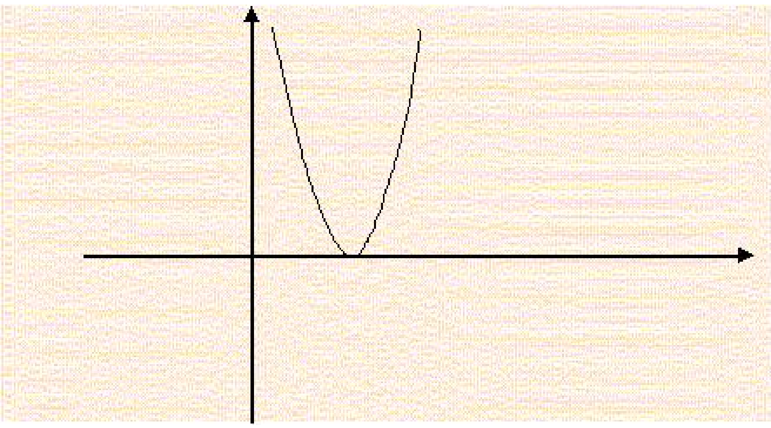
Risolviamo la disequazione

$$\mathbf{9x^2 - 30x + 25 > 0}$$

Seguendo lo stesso procedimento,

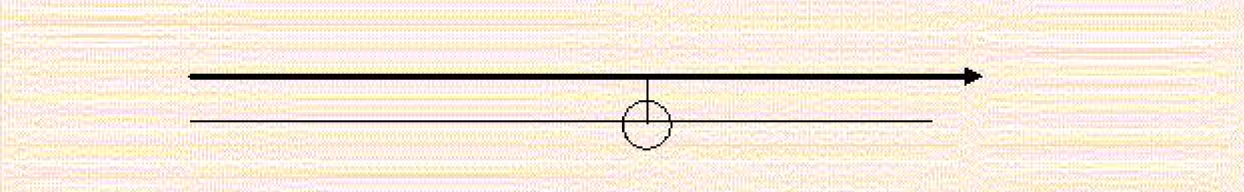
poiché **Δ = 900 - 900=0**,

la parabola associata è tangente all'asse x nel punto $x = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$



La parabola risulta “sopra” l’asse x per tutti i valori di x tranne il punto di tangenza,

quindi le soluzioni della disequazione data sono tutti i valori di $x \neq 5/3$. Cioè:



Invece la disequazione

$$9x^2 - 30x + 25 < 0$$

non ha soluzioni (impossibile). Infatti nessun punto della parabola è al di sotto dell’asse x.

3° caso ($\Delta < 0$):

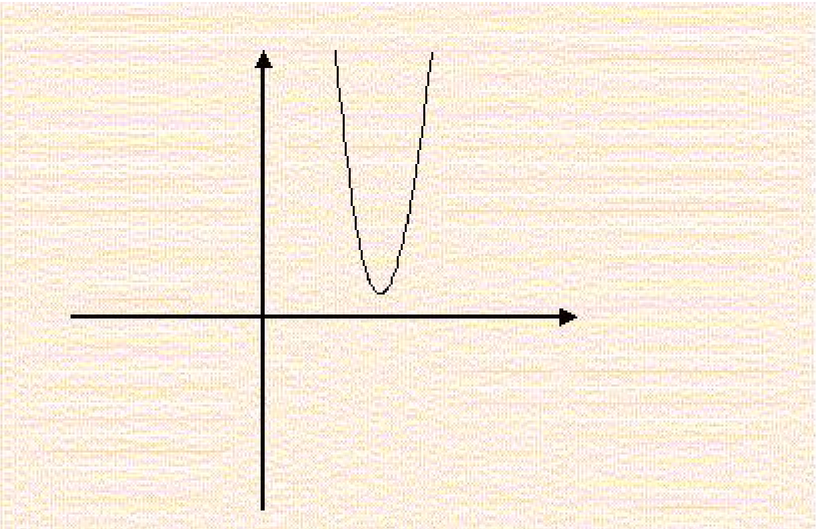
Risolviamo la disequazione

$$x^2 - 2x + 3 > 0$$

In questo caso $\Delta = 4 - 12 = -8 < 0$

La parabola associata $y = x^2 - 2x + 3$

non interseca lasse x.



Tutti i punti della parabola hanno sono al di sopra dell’asse x **.**

Quindi la disequazione data è soddisfatta per qualsiasi valore di x.

Invece la disequazione

$$x^2 - 2x + 3 < 0$$

non ha soluzioni (**impossibile**). Infatti nessun punto della parabola risulta sotto l’asse x.

Tutti i casi studiati presentano un valore di $a > 0$.

Se il coefficiente $a < 0$ è possibile ricondurre la disequazione ad uno dei casi precedenti moltiplicando tutti i termini per -1
e cambiando il verso della disuguaglianza.

Es.: $-2x^2 + 3x - 5 < 0$ è equivalente (stesse soluzioni) a $2x^2 - 3x + 5 > 0$.

Disequazioni di 2° grado in sintesi:

$a > 0$

	$ax^2 + bx + c > 0$	$ax^2 + bx + c < 0$
$\Delta > 0$ due soluzioni (x1 , x2)	$x < x_1$ e $x > x_2$ Valori esterni	$x_1 < x < x_2$ Valori interni
$\Delta = 0$ una soluzione (x1)	Qualsiasi valore di $x \neq x_1$	Impossibile
$\Delta < 0$ Nessuna soluzione	Qualsiasi valore di x	Impossibile

Le equazioni irrazionali

Teoria in sintesi

EQUAZIONI IRRAZIONALI

Un'equazione è *irrazionale* se contiene almeno un radicale nel cui radicando compare l'incognita.

Ad esempio

$\sqrt{2x}-4=3x$, è un'equazione irrazionale;
$4x-\sqrt{2}=6$, non è un'equazione irrazionale.

Data un'equazione *A(x)=B(x)*, consideriamo l'equazione $[A(x)]^n=[B(x)]^n$:

- se *n è pari*, essa ha come soluzioni, oltre a quelle di *A(x)=B(x)*, anche quelle di *A(x)=-B(x)*;
- se *n è dispari*, essa è equivalente a quella data.

N.B.: Prova a risolvere la seguente equazione

$2x+1=x-9$

e l'equazione

$(2x+1)^2=(x-9)^2$

Si ottengono le stesse soluzioni? Le due equazioni sono equivalenti?

[La prima equazione dà come soluzione $x=-10$, la seconda invece $\begin{cases} x_1=-10 \\ x_2=\frac{8}{3} \end{cases}$]

Per risolvere un'equazione irrazionale

$$\sqrt[n]{A(x)}=B(x)$$

è necessario "liberarci" in qualche modo dei radicali presenti, per ricondurre il problema alla soluzione di una equazione razionale che ci dia buone informazioni sulle soluzioni dell'equazione iniziale. Per fare questo operativamente dobbiamo:

- elevare a *n* entrambi i membri dell'equazione;
- controllare se *n* è pari o dispari: se *n* è dispari, le soluzioni dell'equazione ottenuta sono *le stesse* dell'equazione irrazionale; se *n* è pari, possiamo eseguire il *controllo* delle soluzioni mediante *verifica*.

Esempio

$\sqrt{x^2+3x-6}=2x-6$

Elevando entrambi i membri al quadrato otteniamo

$3x^2-24x+36=0$
che ci dà come soluzione $x_1=7;\quad x_2=2$.
Questi valori saranno anche soluzione dell'equazione di partenza?
Per verificarlo sostituiamo 7 e 2 nell'equazione irrazionale data.

Sostituiamo *x=7*

Primo membro	**Secondo membro**
$\sqrt{49+21-6}=8$	$2\cdot 7-6=8$

Ora sostituiamo *x=2*

$\sqrt{4+6-6}=2$	$2(2)-6=-2$

Nel secondo caso, poiché i due membri dell'equazione non hanno lo stesso valore, la radice *x=2* non è soluzione dell'equazione irrazionale.

N.B.: C'è un altro metodo per verificare quali soluzioni sono accettabili? Si, bisogna imporre la non negatività del radicando e del secondo membro, ottenendo così la condizione $x>3$…..Controlla tu!

Esercizi

1. Risolvere le seguenti equazioni irrazionali, controllando l'accettabilità delle soluzioni.

$\sqrt{2x+5}=3(x-1)$ [Perché la soluzione $\frac{2}{9}$ non è accettabile?]

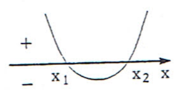
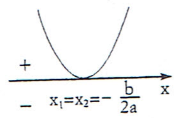
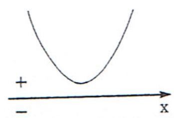
$\sqrt{3x(x+2)+1}=(x+1)^2+x$ [0; -4]

$\sqrt{\frac{1}{5}x(3x+1)}=-\frac{2}{3}(1+3x)$ [$\varnothing$]

$\sqrt{2x+6}=\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}$ [Perché la soluzione $-\sqrt{13}$ non è accettabile?]
(dopo aver elevato al quadrato due volte, si ottiene $3=\sqrt{x^2-4}$ ….)

$2x=\sqrt{x}$ [0; $\frac{1}{4}$]

11 Riprendiamo qui di seguito, lo schema riassuntivo, già considerato nel paragrafo n. 8, completandolo con l'interpretazione grafica.

	$\Delta = b^2 - 4ac$	parabola	valori di x che verificano la disequazione: $ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c \geq 0$	$ax^2+bx+c<0$	$ax^2+bx+c \leq 0$
$a>0$	$\Delta > 0$ $(x_1 < x_2)$		$x < x_1 \vee x > x_2$	$x \leq x_1 \vee x \geq x_2$	$x_1 < x < x_2$	$x_1 \leq x \leq x_2$
	$\Delta = 0$		$x \neq -\frac{b}{2a}$	$\forall x \in R$	nessun valore di x	$x = -\frac{b}{2a}$
	$\Delta < 0$		$\forall x \in R$	$\forall x \in R$	nessun valore di x	nessun valore di x

EQUAZIONI DI 2° GRADO

classificazione		Com'è	I suoi coefficienti	soluzioni
INCOMPLETE	MONOMIA	$ax^2 = 0$	$a \neq 0$, $b=0$, $c=0$	2 reali, coincidenti, entrambe nulle: $x_1 = x_2 = 0$ oppure $x = 0$ soluzione doppia
	PURA	$ax^2 + c = 0$	$a \neq 0$, $b=0$, $c \neq 0$	• Se a e c sono concordi, nessuna soluzione reale. • Se a e c sono discordi, due soluzioni reali e opposte: $x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
	SPURIA	$ax^2 + bx = 0$	$a \neq 0$, $b \neq 0$, $c=0$	2 soluzioni reali, di cui una nulla: $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$
COMPLETA		$ax^2 + bx + c = 0$	$a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$	Dipende dal discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ • Se $\Delta < 0$ nessuna soluzione reale • Se $\Delta = 0$ due soluzioni reali e coincidenti $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ • Se $\Delta > 0$ due soluzioni reali e distinte $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
			Se b è pari si possono fare calcoli più semplici, utilizzando la formula ridotta	$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$ Stessa casisitica precedente; nel caso $\frac{\Delta}{4} > 0$ le soluzioni si calcolano con la formula ridotta: $x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a}$

DISEQUAZIONI fratte e sistemi

Per risolvere una *disequazione fratta*

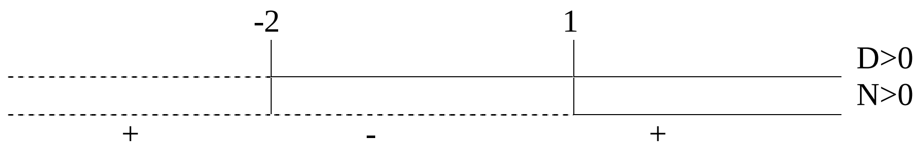
$$\frac{A(x)}{B(x)} > 0 \quad \text{o} \quad \frac{A(x)}{B(x)} < 0 \;\Rightarrow\; \text{N>0, D>0;} \qquad\qquad \frac{A(x)}{B(x)} \geq 0 \;\text{o}\; \frac{A(x)}{B(x)} \leq 0 \Rightarrow \; N \geq 0\text{, D>0;}$$

si studiano separatamente i segni del numeratore *(N)* e del denominatore *(D)*, poi si determina il segno della frazione utilizzando la **regola dei segni.**
La frazione si annulla se e solo se il numeratore è 0; non esiste se il numeratore è nullo.

Esempio

$$\frac{x-1}{x+2} > 0;$$

$$N > 0; \quad x-1 > 0; \quad x > 1$$
$$D > 0; \quad x+2 > 0; \quad x > -2$$



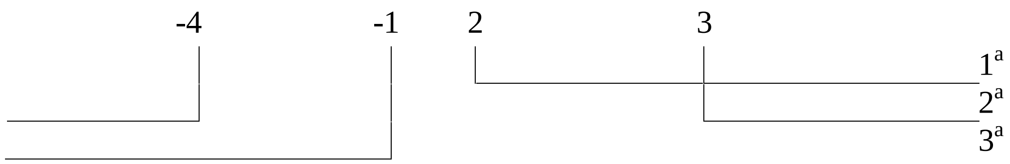
le soluzioni sono quindi $x < -2$ ¬ $x > 1$

Per risolvere un *sistema di disequazioni* si risolvono le singole disequazioni; poi si determina in quali intervalli sono verificate contemporaneamente tutte le disequazioni.
Lo schema può essere il seguente:

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) < 0 \\ C(x) > 0 \end{cases}$$

Esempio

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ x^2 - x - 12 > 0 \\ x+1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 & & 1^a \\ x > 3 \quad x < -4 & & 2^a \\ x < -1 & & 3^a \end{cases}$$



Sistema impossibile.

Sistemi di primo grado.

Definizione

Un sistema e' un insieme di equazioni che devono essere vere contemporaneamente.

Sarebbe a dire che tutte le equazioni devono avere contemporaneamente le stesse soluzioni

Definiamo grado di un sistema il prodotto dei gradi delle equazioni che lo costituiscono. Per esempio:

$$\begin{cases} x^3 + xy = 4 \\ x^2 + xy + 4y^2 = 5 \end{cases}$$

e' un sistema di sesto grado (il polinomio che e' associato alla prima equazione ha grado tre e quello associato alla seconda ha grado 2). Infatti consideriamo ad esempio il polinomio:

$2x^4 + 3x^6y - 4x + 5$

Allora:

$2x^4$ ha grado 4, $+3x^6y$ ha grado 7, $-4x$ ha grado 1, 5 ha grado 0. Pertanto:

il polinomio ha grado 7: infatti prendiamo il grado dei monomi e scegliamo quello più alto.

DEFINIZIONE: il grado di un polinomio è uguale al grado del suo monomio di grado più alto.

Sistemi di primo grado di due equazioni a due incognite

Risolvere un sistema in due incognite di primo grado significa trovare, se esiste, la coppia di valori x e y che, sostituita alle incognite, rende le equazioni delle identità.

Come prima cosa bisogna ridurre il sistema in forma normale, cioè mettere i termini con la x e con la y prima dell'uguale ed i termini noti dopo l'uguale.

Sistema ridotto a forma normale.

Consideriamo per esempio il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + 3y - 6 = 6 - x \\ x - 2y = 7 - 2x - y \end{cases}$$

prima di risolvere il sistema devo metterlo in forma normale cioè mettere i termini con la x e con la y prima dell'uguale ed i termini noti dopo l'uguale.

Per prima cosa porto le x e y prima dell'uguale e gli altri numeri dopo l'uguale:

$$\begin{cases} x + 3y - 6 = 6 - x \\ x - 2y = 7 - 2x - y \end{cases}$$

Poi eseguo le semplificazioni:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

Questo sistema e' ridotto a forma normale od ora posso risolverlo.

OSS: da notare che i calcoli per ridurre il sistema a forma normale possono presentarsi come complessi. Quindi il difficile non è risolvere un sistema, ma ridurlo a forma normale.

Soluzione di un sistema di primo grado di due equazioni a due incognite

Adesso vedremo la soluzione di un sistema (sempre lo stesso) con i vari metodi noti; i più usati per due equazioni con due incognite sono il metodo di sostituzione e il metodo del confronto; il metodo di Cramer offre invece un metodo che sarà la base per risolvere anche sistemi di più equazioni a più incognite.

Metodo della sostituzione.

Dobbiamo risolvere:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

Come abbiamo detto in precedenza, quello che vogliamo trovare è, se esiste, quella coppia di valori x e y che, sostituita alle incognite, rende le equazioni delle identità. Un metodo possibile è allora ricavare una delle due incognite da una delle due equazioni e andare a sostituire il valore così ottenuto nell'altra equazione.

Per risolverlo posso ricavare dunque da una delle due equazioni per esempio il valore della x (o della y) e sostituirla alla x (alla y) nell' altra equazione.

In questo modo ottengo un'equazione in una sola incognita che so risolvere.

Sostituire x o y è indifferente e dipende dal sistema: nel nostro caso conviene ricavare la y dalla seconda equazione e sostituirla nella prima.

Vediamo quali passaggi bisogna effettuare.

Isolo la y nella seconda equazione:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ -y = 7 - 3x \end{cases}$$

Cambio di segno la seconda equazione:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ y = -7 + 3x \end{cases}$$

Sostituisco il valore della y nella prima equazione.

$$\begin{cases} 2x + 3(-7 + 3x) = 12 \\ y = -7 + 3x \end{cases}$$

Eseguo i calcoli:

$$\begin{cases} 2x - 21 + 9x = 12 \\ y = -7 + 3x \end{cases}$$

Porto il numero al di là dell'uguale:

$$\begin{cases} 2x + 9x = 12 + 21 \\ y = -7 + 3x \end{cases}$$

Sommo:

$$\begin{cases} 11x = 33 \\ y = -7 + 3x \end{cases}$$

Ricavo x dividendo per 11 prima e dopo l'uguale (ho diviso tutto per il coefficiente dell'incognita: posso farlo perché tale coefficiente è diverso da 0!):

$$\begin{cases} 11x/11 = 33/11 \\ y = -7 + 3x \end{cases}$$

Trovo la soluzione della prima equazione:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -7 + 3x \end{cases}$$

Nella seconda equazione al posto di x sostituisco il valore trovato:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -7 + 3(3) \end{cases}$$

Svolgo i calcoli :

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -7 + 9 \end{cases}$$

Da cui:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Verifica

Ora controllo se ho fatto giusto sostituendo nel sistema di partenza ad x ed y i valori trovati:

$$\begin{cases} 2(3) + 3(2) = 12 \\ 3(3) - (2) = 7 \end{cases}$$

e ottengo:

$$\begin{cases} 6 + 6 = 12 \\ 9 - 2 = 7 \end{cases}$$

Ho ottenuto delle uguaglianze corrette quindi ho fatto tutto giusto.

Riassumendo:

Per risolvere un sistema col metodo di sostituzione:

- ricavo la variabile da una delle due equazioni (la più facile) e la sostituisco nell'altra equazione
- questa diventa ad una sola incognita e la risolvo.
- Una volta trovata l'incognita la sostituisco in una delle due equazioni di partenza e trovo il valore dell'altra incognita

Metodo del confronto.

Dobbiamo risolvere sempre il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

Un'altra possibilità è quella di ricavare da entrambe le equazioni la stessa incognita e poi di andare a confrontare i due risultati ottenuti.

Nel metodo del confronto pertanto ricavo da entrambe le equazioni la stessa incognita, per esempio la x, e poi metto a confronto i risultati. Per farlo effettuo i seguenti passi.

Isolo da una parte i termini con la x:

$$\begin{cases} 2x = 12 - 3y \\ 3x = 7 + y \end{cases}$$

Ricavo le x:

$$\begin{cases} x = \dfrac{12-3y}{2} \\ x = \dfrac{7+y}{3} \end{cases}$$

Come prima equazione prendo quella in cui uguaglio i risultati, come seconda scelgo una qualsiasi delle due equazioni di partenza (prendo la seconda perché sembra più facile):

$$\begin{cases} \dfrac{7+y}{3} = \dfrac{12-3y}{2} \\ x = \dfrac{7+y}{3} \end{cases}$$

Lavoro sulla prima equazione. Faccio il minimo comune multiplo:

$$\begin{cases} \dfrac{14+2y}{6} = \dfrac{36-9y}{6} \\ x = \dfrac{7+y}{3} \end{cases}$$

Semplifico il denominatore:

$$\begin{cases} 14+2y = 36-9y \\ x = \dfrac{7+y}{3} \end{cases}$$

Porto i termini con la y prima dell'uguale e quelli noti dopo l'uguale:

$$\begin{cases} 9y + 2y = 36-14 \\ x = \dfrac{7+y}{3} \end{cases}$$

Faccio i calcoli:

$$\begin{cases} 11y = 22 \\ x = \dfrac{7+y}{3} \end{cases}$$

Ricavo la y dividendo entrambe i membri per 11 e sostituisco il valore ottenuto nella seconda equazione e ottengo:

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = \dfrac{7+2}{3} = 3 \end{cases}$$

Abbiamo ottenuto proprio gli stessi valori trovati con il metodo di sostituzione.

Riassumendo:

Per risolvere un sistema col metodo di confronto

- Ricavo da entrambe le equazioni la x (oppure la y)
- Come prima equazione eguaglio le espressioni trovate. Come seconda scelgo una delle due (la più facile)
- Risolvo la prima equazione
- Sostituisco il risultato nella seconda equazione e trovo il valore dell'altra variabile
- Scrivo la parentesi graffa con la x al primo posto e la y al secondo posto

Metodo di Cramer.

Risolviamo sempre il sistema seguente:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

Nel metodo di Cramer scrivo i coefficienti del sistema in una tabella (matrice):

$$\left\| \begin{matrix} 2 & 3 & 12 \\ 3 & -1 & 7 \end{matrix} \right\|$$

La prima colonna contiene i coefficienti della x, la seconda i coefficienti della y e la terza i termini noti. In entrambe le soluzioni, considererò al denominatore il seguente numero detto determinante (ho preso le prime due colonne):

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

Esso è un numero e per calcolarlo devo fare la seguente differenza di prodotti in croce:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 2\cdot(-1) - 3\cdot3 = -2 - 9 = -11$$

Per trovare la x devo seguire i seguenti passi.
Per prima cosa prendo il determinante considerato, cancello la colonna delle x e al suo posto metto i termini noti:

$$\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = 12\cdot(-1) - 3\cdot7 = -12 - 21 = -33$$

Per calcolare il valore della x devo ora scrivere una frazione al cui denominatore metto il determinante appena modificato ed al numeratore metto il determinante vero e proprio.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 7 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{12\cdot(-1) - 3\cdot7}{2\cdot(-1) - 3\cdot3} = \frac{-12 - 21}{-2 - 9} = \frac{-33}{-11} = 3$$

Per calcolare la y faccio un procedimento analogo:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{2\cdot(7) - 12\cdot 3}{2\cdot(-1) - 3\cdot 3} = \frac{14 - 36}{-2 - 9} = \frac{-22}{-11} = 2$$

Quindi ottengo proprio:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Riassumendo:

Per risolvere un sistema col metodo di Cramer

- Scrivo la matrice del sistema
- Calcolo il determinante delle prime due colonne
- per la x scrivo al denominatore il valore del determinante trovato ed al numeratore riscrivo il determinante mettendo al posto della colonna delle x i termini noti
- per la y scrivo al denominatore il valore del determinante trovato ed al numeratore riscrivo il determinante mettendo al posto della colonna delle y i termini noti
- Scrivo la parentesi graffa con la x al primo posto e la y al secondo posto