MATEMATICA (Primo anno Liceo Sc. op. Sc. Appl.)

CONTENUTI

Modulo 1: I numeri naturali e i numeri interi

- I numeri naturali e i numeri interi: operazioni
- Multipli e divisori
- Le potenze e proprietà relative
- Espressioni
- Scomposizione in fattori primi
- M.C.D. e m.c.m. tra due o più numeri

Modulo 2: I numeri razionali

- I numeri razionali: le frazioni, frazioni equivalenti e proprietà invariantiva (semplificazione di frazioni e riduzione a denominatore comune)
- Le operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione)
- Potenze a esponente intero negativo
- Le percentuali
- Le frazioni e i numeri decimali finiti, i numeri
- espressioni

Modulo 3: Il calcolo letterale

- Monomi: definizione, grado
- Operazioni: somma algebrica tra monomi simili, moltiplicazione e divisione, potenza di un monomio
- M.C.D. e m.c.m. tra due o più monomi
- Polinomi e operazioni: somma algebrica, prodotto di un monomio per un polinomio, prodotto di due o più polinomi, divisione di un polinomio per un monomio
- Regola di Ruffini per la divisione tra polinomi
- Prodotti notevoli: quadrato di un binomio, cubo di un binomio, somma per differenza
- Scomposizione di un polinomio in fattori: raccoglimento a fattor comune e raccoglimento parziale, scomposizione con le formule sui prodotti notevoli (differenza di quadrati, quadrato di un binomio), trinomi particolari di secondo grado
- M.C.D. e m.c.m. tra due o più polinomi
- Le frazioni algebriche: definizione, semplificazione, operazioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione ed elevamento a potenza) e semplici espressioni

Modulo 5: Identità ed equazioni

- Identità ed equazioni: definizioni, classificazioni e forma normale
- Principi di equivalenza e regole derivanti (trasporto, cancellazione, divisione per un fattore comune e cambiamento di segno)

- Equazioni intere determinate, indeterminate ed impossibili
- Semplici equazioni fratte

Modulo 6: Disequazioni lineari

- Disequazioni di 1° grado definizioni e proprietà
- Le disequazioni numeriche e rappresentazione grafica.

LIBRO DI TESTO E RISORSE ON-LINE:

Per affrontare lo studio di questi argomenti oltre al **libro di testo** utilizzato (M.Bergamini, A. Trifone, G.Barozzi : Matematica.blu vol.1 Zanichelli Editore) si possono utilizzare le seguenti risorse on- line:

- Ripasso di matematica → www.ripmat.it
- Progetto Matematika → www.matematika.it
- Chi ha paura della matematica (manuale) → www.chihapauradellamatematica.org
- my.zanichelli.it (occorre registrarsi)

ALCUNI APPUNTI

<u>Le disequazioni</u>

velocità consentita (<) minore di 80 km/h

troviamo il concetto di disequazione nella vita quotidiana

Definizione 1.1

a = b è un’uguaglianza

a > b e **a < b** sono disuguaglianze

Una disuguaglianza può essere:

- **Vera**
- **Falsa**
- **Possibile**

Esempi:

5 < 3	disuguaglianza vera
8 > 5	disuguaglianza falsa
x > 7	disuguaglianza possibile *

* Infatti se x viene sostituito con un qualsiasi numero maggiore di 7 essa è **vera**, mentre se x viene sostituito con un qualsiasi numero minore di 7 è **falsa**.

Le disuguaglianze possibili si chiamano

disequazioni

Sono disequazioni, per esempio:

$$3x < 12$$

$$2x - 5 \leq x + 3$$

Se in una disequazione sostituisco un numero al posto dell'incognita (x), questa diventa una disuguaglianza che può essere vera o falsa.

Esempio guidato 1.1:

$$3x > 12$$

è una disequazione

se sostituisco 5 al posto di x ossia : $x = 5$

ottengo

$$3 \cdot (5) > 12$$

cioè

$$15 > 12$$

Quindi 5 trasforma la disequazione in una disuguaglianza vera

e diremo che 5 è una soluzione della disequazione

Definizione 2.1

Risolvere una disequazione vuol dire trovare l'insieme dei numeri che sostituiti all'incognita la trasformano in una disuguaglianza vera

Risoluzione di una disequazione di primo grado

Definizione 3.1

Qualsiasi disequazione di 1° grado può essere ricondotta

ad una delle seguenti forme:

$\mathbf{ax + b > 0}$
$\mathbf{ax + b < 0}$
$\mathbf{ax + b \geq 0}$
$\mathbf{ax + b \leq 0}$

Esempio

Consideriamo la disequazione

$$3x - 1 > 2x + 5$$

si può trasformare come segue:

1. **Trasporto tutti i termini al primo membro cambiandone il segno**

$$3x - 1 - 2x - 5 > 0$$

2. **Riduco i termini simili**

$$x - 6 > 0$$

Chiamiamo **y** il primo membro, ossia:

$$y = x - 6$$

che riconosciamo come l'equazione di una retta.

Rappresentiamo la retta sul piano cartesiano:

Troviamo il punto di intersezione della retta con l'asse x

assegniamo a y il valore 0 :

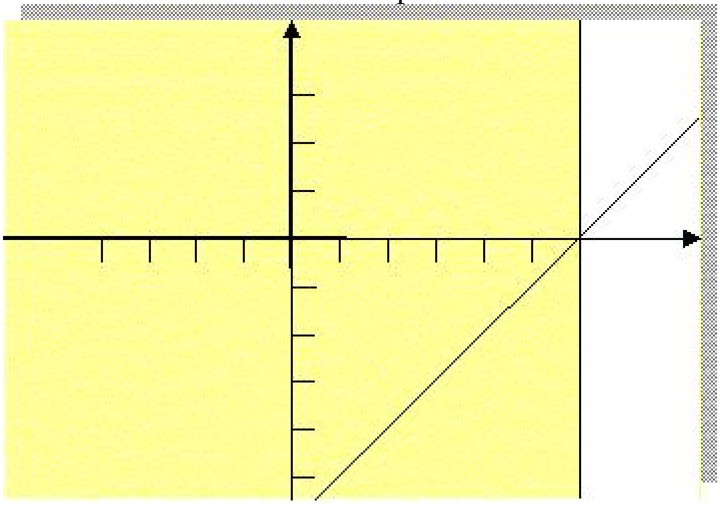
$y = 0$ quindi $x - 6 = 0$ da cui $x = 6$

(6,0)
è il punto cercato.

Troviamo un altro punto della retta e rappresentiamola nel piano cartesiano:

$x = 1$ quindi $y = 1 - 6 = -5$

(1,-5)
è il secondo punto.



Dal grafico osserviamo che

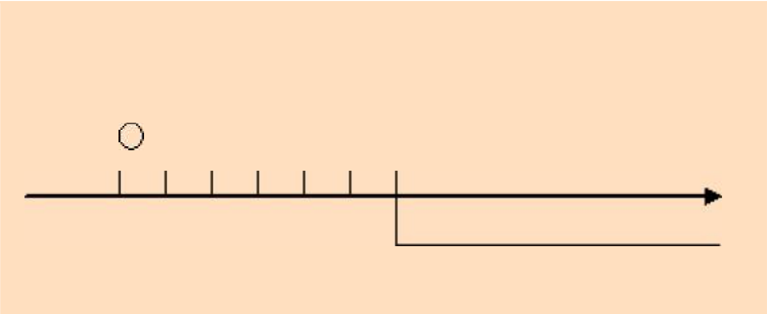
la retta è "sopra l'asse x"

nella fascia a destra di 6

cioè per x > 6.

Quindi le soluzioni della disequazione x - 6 > 0

sono tutti i valori di x > 6



Esercizio guidato:

Risolvere la disequazione:	**$3(x - 2) + 1 \leq 2x + 3$**
Semplifico l'espressione ➢	**$3x - 6 + 1 \leq x + 3$**
Porto tutti i termini al primo membro ➢	**$3x - 6 + 1 - x - 3 \leq 0$**
Riduco i termini simili ➢	**$2x - 8 \leq 0$**
Chiamo y il valore di 2x - 8 ➢	**$y = 2x - 8$**
Trovo due punti della retta	**(2, -4) (4, 0)**

QUADRATO di BINOMIO $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

1) $(5a+7b)^2 = (5a)^2 + (7b)^2 + 2 \cdot 5a \cdot 7b = 25a^2 + 49b^2 + 70ab$

2) $(3x - \frac{1}{2}y)^2 =$

3) $(x^2y^3 + 4ax)^2 =$

4) $(\frac{2}{5}y^3 + 10y)^2 =$

5) $(4x^2y - 2xy^5)^2$

SOMMA PER DIFFERENZA $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

1) $(2x-3y)(2x+3y) = 4x^2 - 9y^2$

2) $(3a+b)(3a-b)$

3) $(\frac{2}{3}a^5+3)(\frac{2}{3}a^5-3)$

4) $(\frac{1}{2}x^2-1)(\frac{1}{2}x^2+1)$

5) $(-\frac{4}{7}xy^2+\frac{1}{2})(\frac{4}{7}xy^2+\frac{1}{2})$

CUBO di BINOMIO $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$

1) $(2a+3b)^3 = (2a)^3 + (3b)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot (3b) + 3 \cdot 2a \cdot (3b)^2 = 8a^3 + 27b^3 + 36a^2b + 54ab^2$

2) $(x-2y)^3 =$

3) $(3x^2y + 2x^3)^3 =$

4) $(a^4 - \frac{1}{3})^3 =$

5) $(x^3 + 5xy^2)^3$

Proprietà delle Potenze

definizione
si definisce *potenza n-sima* di base $\boldsymbol{a}$ e di esponente $\boldsymbol{n}$, il prodotto della base moltiplicata n volte per se stessa cioè: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots a}_{n\,\text{volte}}$ con base $\boldsymbol{a}$ numero reale e con esponente $\boldsymbol{n}$ numero naturale

generalizzazione
la definizione di *potenza n-sima* a^n si può generalizzare a quella di *potenza* a^α nel caso in cui l'esponente $\boldsymbol{\alpha}$ sia un numero razionale oppure un numero reale, in entrambi i casi: • se l'esponente $\alpha > 0$ allora la base $\boldsymbol{a}$ deve essere un numero reale $\geq \mathbf{0}$ • se l'esponente $\alpha < 0$ allora la base $\boldsymbol{a}$ deve essere un numero reale > 0

proprietà		
$a^0 = 1 \qquad a \neq 0$	$0^n = 0 \qquad n \neq 0$	$0^0 = \mathit{indeterminata}$

potenze con la stessa base		
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	prodotto di potenze con la stessa base	$2^7 \cdot 2^3 = 2^{10}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	rapporto di potenze con la stessa base	$2^7 : 2^3 = 2^4$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	potenza di potenza	$(2^7)^3 = 2^{21}$
potenze con lo stesso esponente		
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	prodotto di potenze con lo stesso esponente	$10^3 \cdot 2^3 = 20^3$
$a^n : b^n = (a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	rapporto di potenze con lo stesso esponente	$10^3 : 7^3 = \left(\frac{10}{7}\right)^3$

$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$	potenza ad esponente negativo	$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	frazione ad esponente negativo	$\left(\frac{5}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{5}\right)^3$
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	potenza ad esponente frazionario	$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m}$	frazione ad esponente frazionario	$\left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7}{5}\right)^2}$
$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$	potenza ad esponente frazionario negativo	$5^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{5^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$

altri esempi			
$(-5)^2 = 25$	$-5^2 = -25$	$(-5)^3 = -125$	$-5^3 = -125$

⚠ fai attenzione alle parentesi e fai anche attenzione all'esponente che può essere pari o dispari

SCOMPONI IN FATTORI

A) RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE (TOTALE)

Es. $3x^3 + 27x^5y + 9x^6y = \underbrace{3x^3}_{\text{M.C.D.}}(1 + 9x^2y + 3x^3y)$

1) $5x^2 - 3ax^2 + 5x^3b =$

2) $7a^9b^5 + 28a^6b^3 - 7a^6b^5 =$

3) $4x - 2x^2 - 2 =$

4) $18a^3y - 4a^4y^3 + 10a^5y^2 =$

5) $3(a+b) + 2a(a+b) - 5b(a+b) = (a+b)(3+2a-5b)$

6) $7x(x-1) - 8(x-1) + x^2(x-1)$

B) RACCOGLIMENTO PARZIALE

Es. $xy + 4x + 3y + 12 = x(y+4) + 3(y+4) = (y+4)(x+3)$

1) $5ax + 2ay + 5bx + 2by =$

2) $y^2 + 2y - xy - 2x =$

3) $5ay - y + 5a - 1$

C) PRODOTTI NOTEVOLI

- DIFFERENZA di DUE QUADRATI

Es. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

1) $x^2 - 49y^2 =$

2) $a^4 - 16b^2 =$

3) $25x^4 - \frac{1}{9}y^4 =$

- QUADRATO di UN BINOMIO

Es. $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

1) $9x^2 + 6x + 1 =$

2) $4 + 9b^2 - 12b =$

3) $49a^2 + 14ab + b^2 =$

ESERCIZI SULLA SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO

di Andrea Simoncelli

Raccoglimento a fattor comune

1) $6x^3y-10x^4y^2+2x^2y=2x^2y(3x-5x^2y+1)$

2) $6ab^2c^3-8a^2b^3c+16a^3bc^2=2abc(3bc^2-4ab^2+8a^2c)$

3) $a^4b^2+11a^3b^3-7a^2b^2=a^2b^2(a^2+11ab-7)$

4) $6ab-9ac+3ad=3a(2b-3c+d)$

Raccoglimento per parti

5) $ax+bx+ay+by=x(a+b)+y(a+b)=(x+y)(a+b)$

6) $2ab-2ac+3bx-3cx=2a(b-c)+3x(b-c)=(2a+3x)(b-c)$

7) $3a^2-a-3ab+b=a(3a-1)-b(3a-1)=(a-b)(3a-1)$

8) $ax-bx+cx+ay-by+cy=x(a-b+c)+y(a-b+c)=(x+y)(a-b+c)$

Utilizzo del prodotto notevole

9) $9-x^2=(3+x)(3-x)$

10) $36a^6-1=(6a^3+1)(6a^3-1)$

11) $x^2-25=(x+5)(x-5)$

12) $a^2-16b^4=(a+4b^2)(a-4b^2)$

13) $81x^8-y^2=(9x^4+y)(9x^4-y)$

14) $2x^2-100y^2=(\sqrt{2}x+10y)(\sqrt{2}x-10y)$

Utilizzo del quadrato di binomio

15) $64a^6+16a^3+1=(8a^3+1)^2$

16) $9a^2+6a+1=(3a+1)^2$

17) $25x^2+y^2-10xy=(5x-y)^2$